exo 1

$$G(z) = \frac{z-0,1}{z-3}$$ (1)

1)
$$e_p = \lim_{z \to 1} \left(\frac{1}{1+G(z)} \right)$$

$$= \lim_{z \to 1} \left(\frac{1}{1+\frac{z-0,1}{z-3}} \right) = 1,81$$ 1,5pt

181 % d'erreur, la precision n'est pas acceptable. 0,5pt

2) fonction de Transfert en B.F

$$G_{BF}(z) = \frac{G_{BO}(z)}{1+G_{BO}(z)} = \frac{\frac{z-0,1}{z-3}}{1+\frac{z-0,1}{z-3}}$$

$$G_{BF}(z) = \frac{z-0,1}{2z-3,1}$$ 1pt

$D(z) = 2z - 3,1 = 0 \Rightarrow 2z = 3,1$

$|z| = 1,55 > 1$

le système n'est pas stable. 1pt

3) $$G_{BF}(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{z-0,1}{2z-3,1} \begin{matrix} /z \\ /z \end{matrix}$$

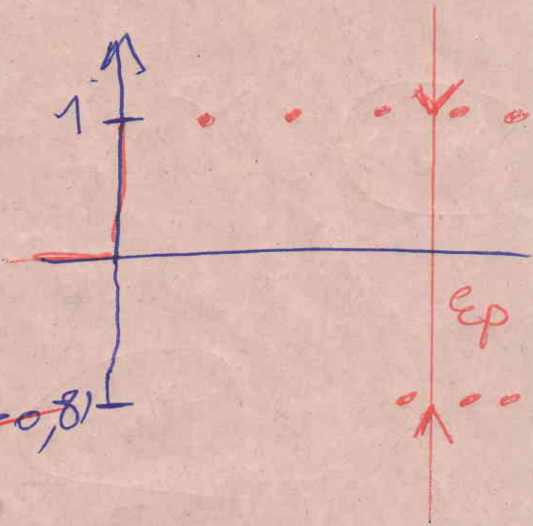
$$\frac{S(z)}{E(z)} = \frac{1-0,1\,z^{-1}}{2-3,1\,z^{-1}}$$

plan k : $2S_k - 3,1\,S_{k-1} = e_k - 0,1\,e_{k-1}$

$$S_K = \frac{1}{2}\left(3,1\, S_{K-1} + e_K - 0,1\, e_{K-1}\right)$$ 2pt

(2)

4°/ calcul de $\lim\limits_{K\to\infty} S_K = \ell$

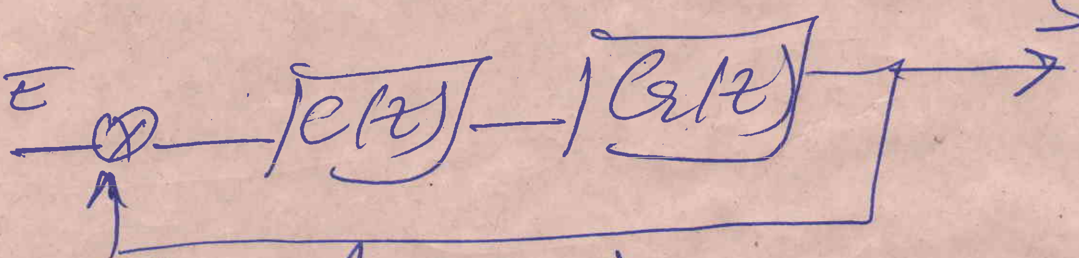


$$\ell = 1,55\,\ell + 0,5 - 0,05$$
$$-0,55\,\ell = 0,45$$
$$\ell = -0,8181$$ 1pt

Erreur de position :

$$\varepsilon_p = \lim_{K\to\infty} |S_K - e_K| = |-0,81 - 1| = 1,81$$ 1pt

5°/



$$\varepsilon_p = \lim_{z\to 1}\left(\frac{1}{1 + C(z)G(z)}\right)$$

$$\varepsilon_p = \lim_{z\to 1}\left(\frac{1}{1 + \frac{z}{z-1}\,\frac{z-0,1}{z-3}}\right) = 0$$ 1,5 pt

oui, le correcteur a améliore la précision → erreur nulle 0,5 pt

6°/ une erreur de vitesse nulle, on augmente le nbre d'intégrateurs classe $n \geq 2$ 1pt on peut ameliorer la stabilité du système en utilisant la Methode du placement de pôles ou le terme D $\Rightarrow$ PID, ~~PD~~ 1pt

(3)

Exo 2

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{K}{z^2 - 0{,}4z + 0{,}8}$$

1/ $$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{K z^{-2}}{1 - 0{,}4 z^{-1} + 0{,}8 z^{-2}} \qquad K = 3$$

donc :
$$y_k - 0{,}4\, y_{k-1} + 0{,}8\, y_{k-2} = 3 u_{k-2}$$

$$\Rightarrow y_k = 0{,}4\, y_{k-1} - 0{,}8\, y_{k-2} + 3 u_{k-2}$$ 0,5

k	u_{k-2}	y_{k-2}	y_{k-1}	y_k
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	1	0	0	3
3	1	0	3	4,2
4	1	3	4,2	2,28
5	1	4,2	2,28	0,55

1,5 pt ~~2pt~~

$y(0) = 0$, $y(1) = 0$, $y(2) = 3$
$y(3) = 4{,}2$, $y(4) = 2{,}28$, $y(5) = 0{,}55$

2/ $$G_{BF} = \frac{\dfrac{K}{z^2 - 0{,}4z + 0{,}8}}{1 + \dfrac{K}{z^2 - 0{,}4z + 0{,}8}}$$

$$G_{BF}(z) = \frac{K}{z^2 - 0,4z + 0,8 + K}$$ 1,0 pt

(4)

$$D(z) = z^2 - 0,4z + 0,8 + K$$

critère de Jury :

$D(1) > 0 \Rightarrow 1 - 0,4 + 0,8 + K > 0$

$D(-1) > 0 \Rightarrow 1 + 0,4 + 0,8 + K > 0$ 0,5 pt

$|a_0| < a_2 \qquad -1 < |0,8 + K| < 1$

$K > -1,4 \Rightarrow K > 0$

$K > -2,2 \Rightarrow K > 0$

$-1,8 < K < 0,2$

le système est stable pour 1,5 pt

$0 < K < 0,2$

3°/ $$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1} \left(\frac{1}{1 + G(z)} \right)$$ 1 pt

$$\varepsilon_p = \lim_{z \to 1} \left(\frac{1}{1 + \frac{K}{z^2 - 0,4z + 0,8}} \right) = 0,05$$

$$= \frac{1}{1 + 0,714K} = 0,05$$

$K = 26,61$ 1 pt

4°/ non, il n'existe pas, des valeurs de K

$0 < K < 0,2$ stabilité 1 pt

$K = 26,61 \qquad \varepsilon_p = 0,05$

Test TD /10

1°/ Règle de stabilité de Revers -

* un sys est stable en BF si :

la phase en B.O = $-180°$

le gain en B.O < 0

$G_{FTBO}(\omega_{-180°}) < 0$ dB. 2pt

ou

$\varphi_{FTBO}(\omega_{0\,dB}) > -180°$

* Marge de stabilité :

Marge de gain $6\,dB < G_m < 12\,dB$. 2pt

Marge de phase $40° < \varphi_m < 60°$

2°/ FTBO $Z\left(B_0(p) \cdot K\,G(p)\right)$

$$G_{BO} = K(1-Z^{-1})\,Z\left(\frac{G(p)}{p}\right)$$ 1pt

$$= K\left(\frac{Z-1}{Z}\right) Z\left(1/p^2\right)$$ 1pt

$$= K\,\frac{(Z-1)}{Z}\,\frac{TZ}{(Z-1)^2} = \frac{KT}{Z-1} = \frac{K}{Z-1}$$

F.T.B.F $$G_{BF} = \frac{G_{BO}}{1+G_{BO}} = \frac{K/Z-1}{1+K/Z-1} = \frac{K}{Z-1+K}$$ 2pt

$D(Z) = Z-1+K = 0 \Rightarrow Z = 1-K$ stabilité

$|Z| < 1 \Rightarrow -1 < 1-K < 1 \Rightarrow$ 2pt $0 < K < 2$.