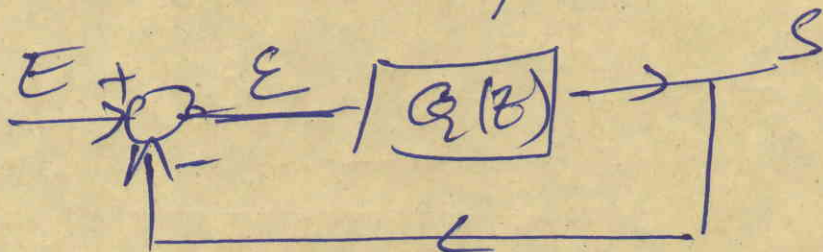


correction examen 2024

(1)

Exo 1 09pts

1° l'erreur de position



$$E(z) = E(z) - S(z)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{BF} &= \frac{G_{BO}}{1 + G_{BO}} \\ G_{BF} &= \frac{S(z)}{E(z)} \end{aligned} \right\} \text{alors: } E(z) = E(z) \left(\frac{1}{1 + G(z)} \right)$$

l'erreur statique: $E_{\infty} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) E(z)$

$$\Rightarrow E_p = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 + G(z)} \right) \quad \text{pour } E(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

A.N $E_p = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 + \frac{z - 0,2}{z - 3,8}} \right) = 1,4$ 1pt

40% d'erreur, la précision n'est pas acceptable

1pt

une erreur < 10% est acceptable
 $E_p < 10\%$

2°) Fonction de Transfert BF

$$G_{BF} = \frac{C_{B0}}{1 + C_{B0}} = \frac{z - 0,2}{1 + \frac{z - 0,2}{z - 3,8}}$$

$$G_{BF} = \frac{z - 0,2}{2z - 4} \quad \text{1pt}$$

$$D(z) = 2z - 4 = 0 \Rightarrow z = 2.$$

donc $|z| = 2 > 1$, le système n'est pas stable

3°) l'Equation de récurrence!

$$G_{BF} = \frac{z - 0,2}{2z - 4} = \frac{S(z)}{E(z)}$$

$$\frac{S(z)}{E(z)} = \frac{z - 0,2}{2z - 4} \cdot \frac{1/z}{1/z} = \frac{1 - 0,2z^{-1}}{2 - 4z^{-1}}$$

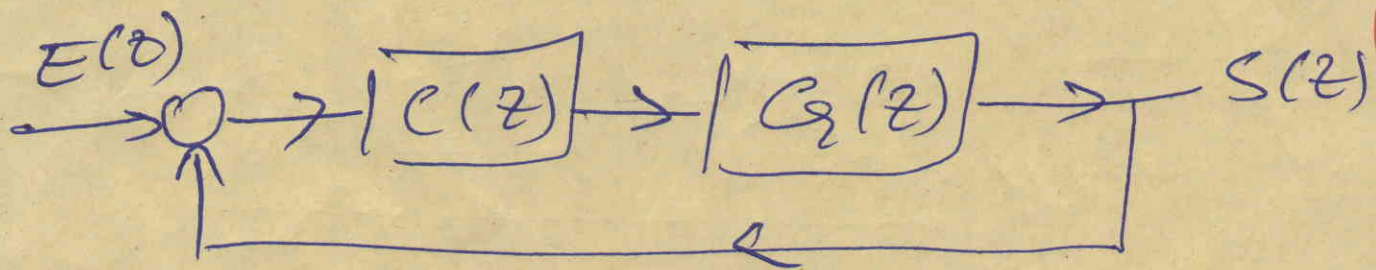
$$\Rightarrow 2S(z) - 4z^{-1}S(z) = E(z) - 0,2z^{-1}E(z)$$

plan k

$$2S_k - 4S_{k-1} = e_k - 0,2e_{k-1}$$

$$\Rightarrow S_k = \frac{1}{2} \{ 4S_{k-1} + e_k - 0,2e_{k-1} \} \quad \text{1pt}$$

40/ Introduction du correcteur $C(z)$



$$G_{BFC} = \frac{C(z) G_2(z)}{1 + C(z) G_2(z)}, \quad C(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$G_{BFC} = \frac{\frac{z}{z-1} \frac{z-0,2}{z-3,8}}{1 + \frac{z}{z-1} \frac{z-0,2}{z-3,8}}$$

$$G_{BFC} = \frac{z(z-0,2)}{(z-1)(z-3,8) + z(z-0,2)}$$

$$G_{BFC} = \frac{z(z-0,2)}{2z^2 - 5z + 3,8}$$

2pt

5e/ Precision : calcul de l'erreur ϵ_p

$$\epsilon_p = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 + C(z) G_2(z)} \right) \epsilon_p$$

$$\epsilon_p = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 + \frac{z}{z-1} \frac{z-0,2}{z-3,8}} \right) = 0$$

1pt

le système est très précis. classe sys |
car il ya un integrateur $\Rightarrow m=1$

Stabilité:

(4)

$$C_{BFC} = \frac{z(z-0,2)}{2z^2 - 5z + 3,8}$$

$$D(z) = 2z^2 - 5z + 3,8 = 0$$

$$z_{1,2} = 1,25 \pm 0,58i$$

$$|z_{1,2}| = 1,378 > 1$$

1pt

le système est toujours instable,
avant l'introduction de $C(z)$:

$$|z| = 2$$

après l'introduction de $C(z)$:

$$|z| = 1,378$$

• pour améliorer la stabilité,
on introduit un correcteur $C(z)$
qui a un zéro = 3,8 qui compense
le pôle instable $z = 3,8$ en B.O

$$C(z) = \frac{1}{z(z-3,8)}$$

1pt

Exo 2: 11 pts

(5)

A - Définitions de la stabilité
(Voir cours)

3 pts

B - Fonction de Transfert B_0

$$\begin{aligned} F_{B_0}(z) &= \mathcal{Z} (B_0(p) K G(p)) \\ &= K \mathcal{Z} (B_0(p) G(p)) \\ &= K (1-z^{-1}) \mathcal{Z} \left(\frac{G(p)}{p} \right) \\ &= K (1-z^{-1}) \left\{ \mathcal{Z} \left(\frac{10}{p^2(p+4)} \right) \right\} \end{aligned}$$

calcul de $\mathcal{Z} \left(\frac{10}{p^2(p+4)} \right)$

$$\frac{10}{p^2(p+4)} = \frac{ap+b}{p^2} + \frac{c}{p+4} = F_1(p)$$

$$c = F_1(p+4) \Big|_{p=-4} = \frac{10}{16}$$

$$b = F_1 p^2 \Big|_{p=0} = \frac{10}{4}$$

$$a = -\frac{10}{16}$$

$$\Rightarrow F_1(p) = 10 \left\{ -\frac{1/16}{p} + \frac{1/4}{p^2} + \frac{1/16}{p+4} \right\}$$

$$F_{Bo}(z) = K \left(\frac{z-1}{z} \right) Z \left(\frac{10}{p^2(p+4)} \right) \quad (6)$$

avec

$$Z \left(\frac{10}{p^2(p+4)} \right) = 10 \left\{ \frac{-\frac{1}{16}z}{z-1} + \frac{1/4 + z}{(z-1)^2} + \frac{1/16z}{z-e^{-4T}} \right\}$$

$$F_{Bo}(z) = \frac{0,156K(z+0,76)}{(z-1)(z-0,45)} \quad (2pt)$$

• Fonction de transfert en BF

$$F_{BF}(z) = \frac{F_{Bo}(z)}{1 + F_{Bo}(z)}$$

$$F_{BF}(z) = \frac{0,156K(z+0,76)}{(z-1)(z-0,45) + 0,156K(z+0,76)} \quad (2pt)$$

C. Etude de la stabilité

$$D(z) = z^2 + z(0,156K - 1,45) + 0,1185K + 0,45$$

critère de Jury:

$$\begin{cases} D(1) > 0 \\ D(-1) > 0 \\ |a_0| < a_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 0,156K - 1,45 + 0,1185K + 0,45 > 0 \\ 1 - 0,156K + 1,45 + 0,1185K + 0,45 > 0 \\ |0,1185K + 0,45| < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K > 0 \\ K < 77,33 \\ K < 4,64 \end{cases} \Rightarrow \text{stabilité } \textcircled{7}$$

$$\boxed{K < 4,64}$$

opt

pour $K_{\max} = 4,64$

calcul des modules des pôles :

$$D(z) = z^2 - 0,726z + 0,999$$

$$z_{1,2} = 0,363 \pm 0,931i$$

$$|z_{1,2}| = 1$$

les pôles sont sur le cercle
unité \Rightarrow phénomène de
pour page

le système est Marginalement
stable opt