

Eno 1 (08) $G(p) = \frac{2}{p+0,5}$

2023/2024

(1)

1er Def de la stabilité : 03 définitions (Voir cours)

1,5

2e/ le bonne précision : le système doit être de classe $m=2 \Rightarrow 2$ intégrateurs (pole $z=1$)

1pt

3e/ calcul de F.T. B.O. :

$$F_{BO}(z) = (1-z^{-1}) \mathcal{Z} \left(\frac{G(p)}{p} \right)$$
$$= \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left(\frac{2}{p(p+0,5)} \right)$$

1pt

$$\Rightarrow \frac{1}{p(p+0,5)} = \frac{a}{p} + \frac{b}{p+0,5}$$

$$a=2, \quad b=-2.$$

$$\Rightarrow F_{BO}(z) = \left(\frac{z-1}{z} \right) 4 \cdot \mathcal{Z} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+0,5} \right)$$

$$= 4 \left(\frac{z-1}{z} \right) \left\{ \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-0,5T}} \right\}$$
$$= 4 \left\{ 1 - \frac{z^{-1}}{z-e^{-0,5T}} \right\} = 4 \frac{(1-e^{-0,5T})}{z-e^{-0,5T}}$$

1pt

calcul de la F.T.B.F. :

$$F_{BF} = \frac{F_{BO}}{1+F_{BO}} = \frac{4(1-e^{-0,5T})}{z-e^{-0,5T}}$$
$$= \frac{4(1-e^{-0,5T})}{1 + 4 \frac{(1-e^{-0,5T})}{z-e^{-0,5T}}}$$

0,1

$$F_{BF}(z) = \frac{4(1 - e^{-0,5T})}{z - e^{-0,5T} + 4(1 - e^{-0,5T})}$$

(2)

$$= \frac{4(1 - e^{-0,5T})}{z - 5e^{-0,5T} + 4}$$

1,5T

4% étude de la stabilité selon T_e

$$D(z) = z - 5e^{-0,5T} + 4$$

système stable pour $|z| < 1$

$$D(z) = 0 \Rightarrow z = 5e^{-0,5T} - 4$$

$$|z| < 1 \Rightarrow -1 < 5e^{-0,5T} - 4 < 1$$

0,5T

$$\frac{3}{5} < e^{-0,5T} < \frac{5}{5}$$

$$-0,5T < -0,5T < 0$$

$$1,02 > T > 0$$

donc le système est stable pour

$$0 < T_e < 1,02$$

1,1T

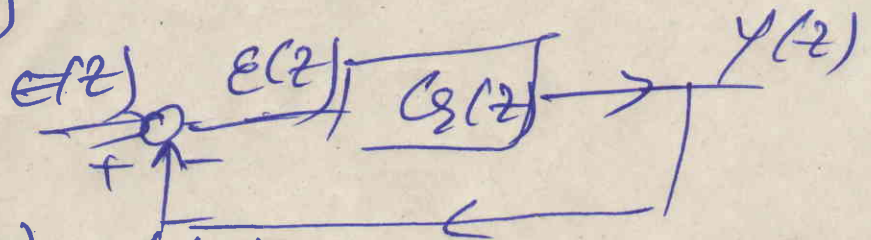
$$E_{no2} \textcircled{0,8} G_2(z) = \frac{z-0,2}{z-0,7} \quad \textcircled{3}$$

1^{er} calcul de l'erreur de position.
(entrée échelon)

$$E_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} E(z)$$

$$E(t) : \text{échelon} \Rightarrow E(z) = \frac{z}{z-1}$$

calcul de $E(z)$



$$\text{Ma} \begin{cases} E(z) = E(z) - Y(z) \\ Y(z) = G_2(z) \cdot E(z) \end{cases}$$

$$\Rightarrow E(z) = \frac{E(z)}{1 + G_2(z)}$$

$$E_p = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \frac{E(z)}{1 + G_2(z)} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + G_2(z)} \quad \textcircled{1 \text{ pt}}$$

$$E_p = \frac{1}{1 + \frac{z-0,2}{z-0,7}} = 27,27\% \quad \textcircled{0,1 \text{ pt}}$$

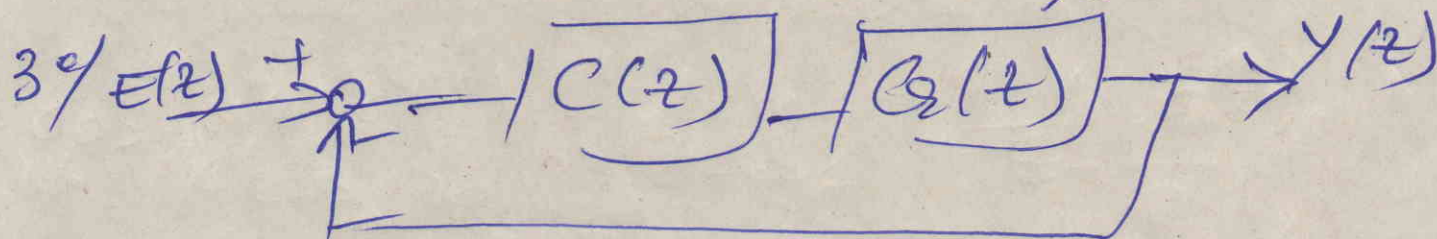
le sup n'est pas précis

2^{er} calcul F.T.B.F.

$$C_{zBF} = \frac{G_2(z)}{1 + G_2(z)} = \frac{z-0,2}{2z-0,9} \quad \textcircled{1 \text{ pt}}$$

$$D(z) = 2z - 0,9 = 0$$

$\Rightarrow z = 0,45 < 1 \Rightarrow$ le sys est stable. 1pt ④



avec $C(z) = \frac{z}{z-1}$

$$(C G)_{BO} = \frac{z^2 - 0,2z}{z^2 - 1,7z + 0,7}$$

$$(C G)_{BF} = \frac{(C G)_{BO}}{1 + (C G)_{BO}} = \frac{z^2 - 0,2z}{2z^2 - 1,9z + 0,7}$$
 1pt

4°/

$$\Delta = 1,99^2 \Rightarrow z_{1,2} = 0,47 \pm 0,35i$$

$$|z| = 0,586 < 1$$

donc le système est stable. 1pt

$$E_p = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{1}{1 + (C G)_{BO}} = 0$$

le sys est bien précis après l'introduction de l'intégrateur $C(z)$ 1pt

Exo 3 (4) $y(k+2) - 4y(k+1) + 3y(k) = u(k)$ (5)

plan z : $z^2 y(z) - 4z y(z) + 3y(z) = u(z)$

$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{1}{z^2 - 4z + 3} \Rightarrow y(z) = \frac{u(z)}{z^2 - 4z + 3}$

calcul de $y(k) / k=0,1-5$.

$Y_k = 4Y_{k-1} - 3Y_{k-2} + U_{k-2}$ (0,15)

k	U_{k-2}	Y_{k-2}	Y_{k-1}	Y_k
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	1	0	0	1
3	0	0	1	4
4	0	1	4	13
5	0	4	13	40

$y(0) = 0$
 $y(1) = 0$
 $y(2) = 1$
 $y(3) = 4$
 $y(4) = 13$
 $y(5) = 40$

(15)